Beleuchtung eines LDR

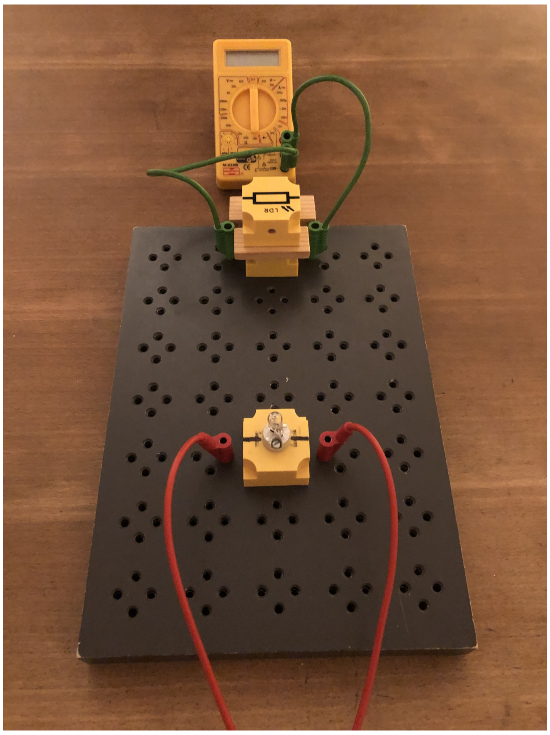
Johannes Barton, Wien 2026

Mit einfachsten Mitteln soll das Verhalten eines Fotowiderstandes (LDR) bei Beleuchtung untersucht und interpretiert werden. Dazu wird ein LDR durch ein Halogenlämpchen beleuchtet und der Abstand zwischen dem Lämpchen und dem Widerstand durch Umstecken auf einer Rasterplatte variiert. Der resultierende Widerstand wird mit einem digitalen Multimeter gemessen.

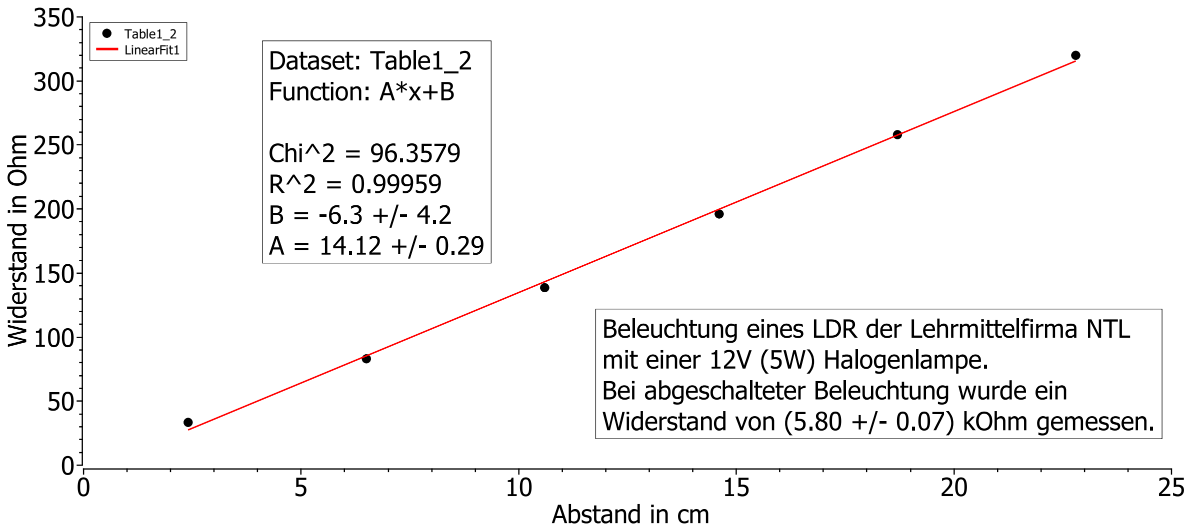
Multimeter

LDR–Baustein der
Lehrmittelfirma NTL
mit der Katalognummer P3910-4J

Halogenlämpchen:
12 Volt, 5 Watt, 55 Lumen

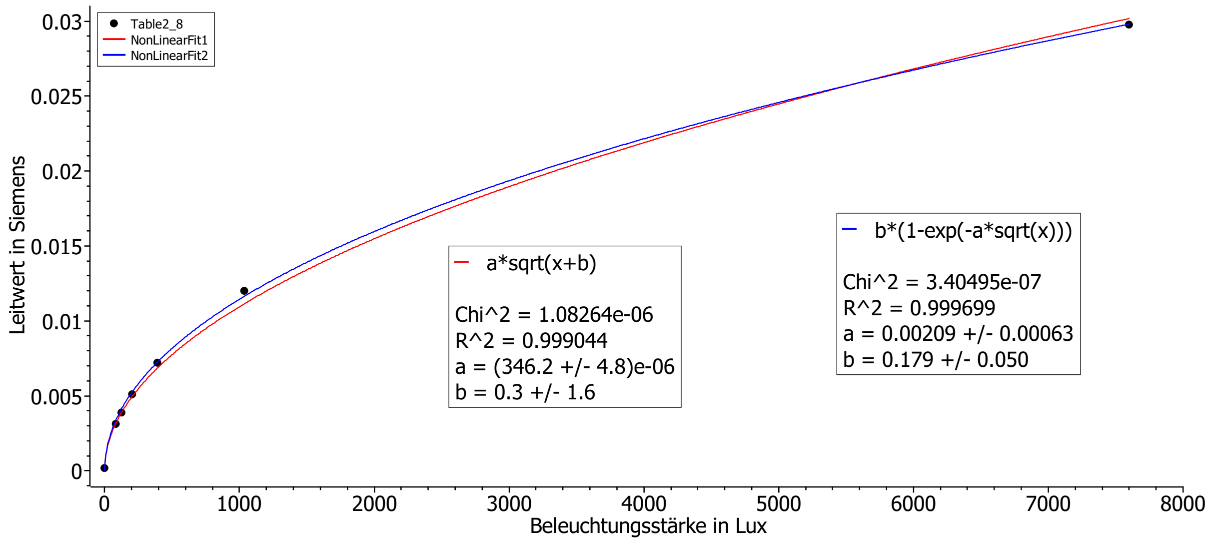


In dieser Arbeit steht der qualitative Aspekt im Vordergrund, sodass auf eine korrekte Datenanalyse mit Fehlerbalken und Unsicherheiten weitgehend verzichtet wird.



Eine Extrapolation hin zu den 5.8 kΩ bei abgeschalteter Beleuchtung zeigt, dass der Einfluss der Hintergrundbeleuchtung, also der Beleuchtung durch das Umgebungslicht, eine Wirkung hätte wie die Beleuchtung durch das Halogenlämpchen in einem Abstand von etwa vier Metern zu dem LDR, sodass diese Hintergrundbeleuchtung in guter Näherung vernachlässigt werden kann. Da die Beleuchtungsstärke indirekt proportional zum Quadrat des Abstandes sein sollte, die Messung aber einen linearen Zusammenhang zwischen Widerstand und Abstand nahelegt, kann vermutet werden, dass der Quadratwurzel aus der Beleuchtungsstärke eine bedeutsame Rolle zukommt.

Wird – nach Herstellerangaben – der Lichtstrom der Halogenlampe mit 55 Lumen angenommen, dann kann der Leitwert (gemessen in der Einheit Siemens) als Funktion der Beleuchtungsstärke (gemessen in der Einheit Lux) dargestellt werden. Dies liefert auch eine Möglichkeit, die Messung bei abgeschalteter Beleuchtung einzubeziehen. Ein Fit einer Quadratwurzelfunktion an diese sieben Datenpunkte liefert ein befriedigendes Ergebnis, wie die in rot gehaltene Kurve zeigt. Auch ist den Fitparametern zu entnehmen, dass der Einfluss durch die Hintergrundbeleuchtung vernachlässigt werden kann.



Für eine Begründung der Wurzelfunktion soll angenommen werden, dass die Beweglichkeit der Ladungsträger konstant ist, sodass der Leitwert des LDR proportional zur Ladungsträgerdichte ausfällt. Weiters werden nur jene Photonen betrachtet, die zum inneren Photoeffekt beitragen können. Damit wird die Beleuchtungsstärke proportional zu dieser relevanten Photonendichte. Sei n_e die Dichte der Elektronen im Leitungsband und n_h die Dichte der Löcher im Valenzband, dann sollen mit der relevanten Photonendichte p für die zeitlichen Ableitungen die Ratengleichungen

$$\frac{\mathrm{d}n_e}{\mathrm{d}t} = Ep - Vn_e n_h \quad \text{und} \quad \frac{\mathrm{d}n_h}{\mathrm{d}t} = Ep - Vn_e n_h$$

mit den positiven Parametern E und V gelten. Der erste Summand gibt die Erzeugung von Ladungsträgern durch den inneren Photoeffekt an. Dagegen beschreibt der zweite Summand die Vernichtung von Ladungsträgern durch Rekombination. Die Symmetrie der beiden Ladungsträgerarten legt es nahe, die beiden Dichten zu identifizieren und daher $n = n_e = n_h$ zu schreiben:

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = Ep - Vn^2$$

Da die Dichte n zeitlich konstant sein soll, folgt, dass n proportional zu $\sqrt{p}$ ist. Dies ist schon eine theoretische Begründung der Messdaten mit den Begriffen *Innerer Photoeffekt* und *Rekombination*.

Allerdings ist der Leitwert immer eine positive endliche Größe, was mit der Wurzelfunktion für alle Beleuchtungsbedingungen nicht kompatibel ist. Daher ist in der Grafik auch eine in blau gehaltene Funktion dargestellt, die dieses Manko nicht aufweist. Diese asymptotische Annäherung an endliche Grenzwerte kann durch die allgemeinere Bedingung für die Differentiale

$$\sqrt{p}\,\mathrm{d}n \propto \mathrm{d}p$$

in das Modell eingebaut werden. Die geforderte Proportionalität ergibt sich aus folgender Argumentation: Wird die Photonendichte infinitesimal um $\mathrm{d}p$ erhöht, dann steigt auch die Ladungsträgerdichte aufgrund des Photoeffekts infinitesimal, gleichzeitig nimmt aber auch die Rekombinationswahrscheinlichkeit zu. Das eben Gesagte lässt sich mit den beiden positiven Parametern s und g schreiben als:

$$\sqrt{p}\,\mathrm{d}n = s\,(g-n)\,\mathrm{d}p$$

Trennung der Variablen und Integration führt auf

$$n = g - k\exp\left(-2s\sqrt{p}\right)$$

mit k als Integrationskonstante. Diese Gleichung liegt der oben dargestellten blauen Kurve zugrunde. Um die Anzahl an Fitparametern zu reduzieren, ist es sinnvoll, die Bedeutung der Parameter zu ergründen: Offensichtlich stellt der Parameter g einen Grenzwert für die Ladungsträgerdichte dar. Dagegen würde bei absoluter Dunkelheit die Dichte n auf den Wert $(g-k)$ sinken. Für betragsmäßig kleine Argumente der Exponentialfunktion kann die Taylorreihe nach dem linearen Glied abgebrochen werden.

$$n \approx (g-k) + 2ks\sqrt{p}$$

Da $(g-k)$ sehr klein ist folgt näherungsweise die Proportionalität der Ladungsträgerdichte und der Quadratwurzel aus der Photonendichte, also der beobachtete Zusammenhang.

Fazit:
Aus der Beobachtung, dass der Widerstand eines LDR bei zunehmenden Abstand zu einer fast punktförmigen Lichtquelle näherungsweise linear ansteigt, kann die Wirkungsweise eines LDR mit den Begriffen *Innerer Photoeffekt* und *Rekombination* auch theoretisch gedeutet werden. Wäre dagegen die Störstellenleitung der dominante Effekt, dann würde der Begriff *Rekombination* aus der Argumentationskette herausfallen. Der Leitwert wäre dann – im Widerspruch zu den getätigten Messungen – eher proportional zu der Beleuchtungsstärke.

Verwendete Literatur:
Taschenbuch Elektrotechnik, Band 1, VEB Verlag Technik, Berlin 1986
Ch. Kittel, Einführung in die Festkörperphysik, 7. Auflage, Oldenbourg Verlag 1988